Rappel

Si |= F alors |= F\*

Réciproque fausse :

F = A =>B

F\* = P^/P => Q (on remplace A par P^/P et B par Q)

|= F\* et pourtant on n’a pas |= F

3.6.2. Conséquence logique

Def 3.4 : Soient G1,…,Gn des formules, soit H une formule.

{G1,…,Gn} |= H signifie que H est une conséquence logique de G1,…,Gn

Cela signifie que toute interprétation qui rend vraies à la fois G1,…,Gn rend la formule H vraie.

Exemple {P, P => Q} |= Q

V(P) =

V(Q) =

Propriétés de la conséquence logique

{G1,…,Gn} |= H si et seulement si |= (G1^…^Gn) => H

{G1,…,Gn} |= H si et seulement si aucune interprétation ne rend vraie à la fois les formules de {G1,…,Gn,/H}

Si aucune interprétation ne peut rendre vraies à la fois les formules de {G1,…,Gn} alors toute formule est conséquence logique de {G1,…,Gn}

3.7 Formes normales conjonctives et disjonctives

Comme (A v (B v C) ) ~ ( (A v B) v C) on note (A v B v C)

On généralise //disjonction généralisée

Même chose pour le ˅ :

Forme Normale Disjonction (FND, ou DNF en anglais)

Une formule F est FND si et seulement si il existe i et j tels que

Autrement dit, F est une disjonction de conjonctions

Ex : F = (A ^ B) v (A ^ C ^ D) v (/A ^ /D)

Forme Normale Conjonctive (FNC ou CNF)

Formule F en FNC ssi il existe i et j tels que

F est une conjonction de disjonction

Ex F = (/A v B) ^ (/C v A v B v /D) ^ (A v C)

Une méthode (pas efficace) pour mettre en FND / FNC

Ex

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | B | C | (H) | (I) | (J) | H v I  (K) | A v J  (L) | K ⬄ L | G = A => (K ⬄ L) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

FND : on prend tous les 1 à droite que l’on disjoint. Si la valuation d’une variable est 0, on prend sa forme niée, si elle est 1, on prend sa forme affirmé.

G ~ (/A ^ /B ^ /C) v (/A ^ /B ^ C) v (/A ^ B ^ /C) v (/A ^ B ^ C) v (A ^ /B ^ /C) v (A ^ B ^ /C)

Pour la FND de la négation, même chose avec les 0 de droite :

/G ~ (A ^ /B ^ C) v (A ^ B ^ C)

Pour la FNC, il suffit de prendre la négation de la FND de la négation

/(/G) = (/A v B v /C) ^ (/A v /B v /C)

~G Autrement dit FNC(F) = /FND(/F)

3.8 Satisfaisabilité et validité

Def 3.5 Une formule F est satisfaisable s’il existe une interprétation qui la rend vraie. Cettte valuation s’appelle un modèle.

Def 3.6 Une formule F est valide si elle est vraie pour toute interprétation

i.e. c’est une tautologie.

Def 3.7 Une formule F est contradictoire si elle fausse pour toute interprétation

I.e. c’est un antilogie

Ex :

F = (P => /P) est satisfaisable : v(P) = 0 est un modèle

F n’est pas valide ex pour v(P) = 1 Iv(F) = 0

G = (A ^ B) => A v B est valide

H = (A ^ /A) est contradictoire

CH 4 Résolution propositionnelle

Savoir si une formule est valide ? Table de vérité !!!!!!!!!!!!!

Mais si n variables, table à 2n lignes !

On cherche à être + efficace.

Méthode de résolution de Robinson :

4.1 – Réfutation (principe)

4.2 – Mise en forme clausale (=FNC)

4.3 – Résolution (règle)

4.4 – Résolution des clauses

4.1 Réfutation

Pour prouver |= F (F est valide), on va montrer que /F n’est pas satisfaisable.

On décompose /F en un sous-ensemble de formules + simples (des clauses) dans lequel on cherche des contradictions internes.

Si on en trouve |=/= F sinon |= F

4.2 Mise en forme clausale

C’est une mise en CNF

Définitions

Un littéral est une propositon atomique, affirmée ou niée

Ex : A (affirme)

/A (forme niée)

Une clause est une disjonction de littéraux (L1 v … v Ln) n > 0

Ex A v /B v C ; D ; /B

La clause vide (avec n = 0) se note T renversé (ya pas le caractère)